

# Elaborazione statistica dei risultati della prova di esonero di Matematica Finanziaria dell'11 maggio 2005

15 maggio 2005

## Indice

|                                                                  |          |
|------------------------------------------------------------------|----------|
| <b>1 Testi degli esercizi</b>                                    | <b>1</b> |
| <b>2 Analisi statistica degli elaborati e valutazioni</b>        | <b>2</b> |
| <b>3 I voti normalizzati e arrotondati all'intero più vicino</b> | <b>5</b> |

## 1 Testi degli esercizi

1. Bobo viene invitato al matrimonio tra Bubi e l'infermiere (di nome Bibò). Un attimo prima della chiusura della cerimonia Bobo, con grande coraggio, si dichiara finalmente a Bubi.

**Bobo** "No, Bubi, non puoi farlo! Io sono più ricco di lui, devi sposare me! Possiedo una casa del valore di 200000 euro!"

**Bibo** "Ah, sì? La mia casa vale 200001 euro!"

**Bobo** "La mia casa ha il tetto appena rifatto!"

**Bibo** "Il tetto della mia casa è stato rifatto solo 4 anni fa!"

Dire quale decisione prenderà Bubi, assumendo che:

- (a) Bubi decide esclusivamente per convenienza finanziaria, e né Bobo né Bibo possiedono altro che possa influenzare la decisione di Bubi;
  - (b) i valori dichiarati da Bobo e Bibo assumono che il tetto sia appena stato rifatto;
  - (c) Bubi valuta le operazioni finanziarie (di qualunque durata) al 4%;
  - (d) il tetto (sia quello di Bobo che quello di Bibo) deve essere rifatto ogni 10 anni, e il tetto nuovo costa (e costerà sempre) 10000 euro;
  - (e) entrambe le case dureranno in eterno.
2. Il comune di Bobupoli versa in cattive acque, e decide di autofinanziarsi emettendo un prestito obbligazionario del valore nominale di 2 milioni di euro. Le obbligazioni, dal valore facciale di 1000 euro, durano 3 anni, hanno cedole annuali di 80 euro, e ogni anno ne vengono rimborsate un terzo. Disegnare la curva prezzo medio-fattore di sconto.

**Cleai:** determinare quanti soldi incassa il comune assumendo che la vendita del titolo medio produca  $YTM = 0.10$ . Per il comune, la vendita è sopra o sotto la pari?

**Altri:** determinare quanti soldi incassa il comune assumendo che sul mercato siano presenti titoli senza cedola unitari di durata 1, 2, 3 anni, di costo rispettivamente 0.9, 0.88, 0.85 euro. Per il comune, la vendita è sopra o sotto la pari?

3. Un'industria concepisce un nuovo prodotto, i cui costi di produzione sono descritti nel seguente modo:

- (a) 5 milioni di euro al tempo  $t = 0$ , 2 milioni di euro al tempo  $t = 3$ ;
- (b) 10000 ore di lavoro all'anno, al costo di 20€ per ora, e 100 tonnellate di materiale grezzo all'anno, al costo di 80€ per tonnellata;

Indagini di mercato stimano che:

- (a) il prodotto resterà in commercio per 5 anni esatti;
- (b) ogni anno si venderanno 1 milione di unità di prodotto, al prezzo di 2.7€ per unità;

Il costo di produzione iniziale di 5 milioni di euro (e solo quello) può essere detratto dal ricavo di cui al punto **3b** in maniera uniforme durante i 5 anni, e su quel che resta si applica una tassazione del 29%. Discutere la convenienza di questo progetto con il criterio del TIR.

4. Si prestano 1000 euro per 10 anni, al tasso d'interesse del 7% annuo. Gli interessi vengono pagati annualmente e anticipatamente. Usando un tasso di valutazione del 9%, determinare valore, nuda proprietà e usufrutto del prestito dopo 16 mesi.
5. I titoli  $A, B, C, D$  dati dalla tabella **1** sono venduti in maniera tale da produrre  $YTM = 0.1$ . Ordinarli dal più sensibile al meno sensibile per variazioni dei tassi di valutazione.

Tabella 1: Titoli  $A, B, C, D$ .

| anno   | A        | B          | C      | D      |
|--------|----------|------------|--------|--------|
| anno 1 | 100      | 80         | 0      | 0+1000 |
| anno 2 | 100      | 80         | 0      | 0      |
| anno 3 | 100+1000 | 80+1000+20 | 0+1000 | 0      |

6. Nelle ipotesi di una struttura per scadenza data dalla tabella **2**, si supponga l'esistenza di un tasso a termine  $i(1, 4) = 0.06$ . Descrivere un arbitraggio (**solo altri, no cleai**).

## 2 Analisi statistica degli elaborati e valutazione

Ciascun candidato ha avuto da svolgere gli esercizi 1, 2, 3, 4, 5. I candidati di corsi di laurea diverso dal CLEAI hanno svolto anche l'esercizio 6.

I compiti consegnati sono stati 85. Ho valutato con un numero

$$v(i, j) \in \{0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1, 1.1, 1.2\}$$

lo svolgimento relativo al candidato  $i$  dell'esercizio  $j$  ( $0 =$  non svolto,  $1 =$  svolto al meglio.  $1.1$  e  $1.2$  sono stati assegnati in rari casi per uno svolgimento particolarmente brillante).

Questo ha portato agli istogrammi di frequenze relative allo svolgimento di ciascun esercizio (vedi pagina 3 e seguenti), dai quali si evince che l'esercizio più difficile è risultato il secondo, mentre il quinto è risultato il più facile.

A ciascun esercizio risulta dunque assegnato un peso, pari all'inverso del suo valor medio:

$$\text{peso esercizio}(j) = 1/\text{valor medio}(j)$$

Utilizzando questi pesi, si ottiene per il candidato  $i$ -esimo un voto non normalizzato:

$$\text{voto grezzo}(i) = \sum_{j=1, \dots, 6} v(i, j) \text{peso esercizio}(j)$$

Procedendo separatamente per CLEAI e altri, il valor medio di questi voti è  $v_{\text{CLEAI}} = 5.26266$ ,  $v_{\text{altri}} = 5.95257$ , e i candidati che ottengono un voto grezzo in  $[v - v/10, v + v/10]$  sono 5 (CLEAI) e 13 (altri). Un'analisi di questi svolgimenti permette di assegnare al voto grezzo  $v$  il valore normalizzato 23 (sia per CLEAI che per altri):

$$\text{voto grezzo}(i) = v \iff \text{voto normalizzato}(i) = 23.$$

Il voto normalizzato viene dunque ad essere una funzione  $\eta$  del voto grezzo che deve soddisfare i seguenti vincoli:

1. un compito non svolto deve essere valutato 0 sia prima che dopo la normalizzazione, dunque  $\eta(0) = 0$ ;
2. uno svolgimento medio (cioè voto grezzo= $v$ ) deve corrispondere a 23: dunque  $\eta(v) = 23$ ;

Queste condizioni non determinano univocamente una funzione  $\eta$ , pertanto decidiamo di porre i seguenti altri vincoli considerati plausibili:

1. ad uno svolgimento completo assegnamo  $\eta(\text{voto grezzo max}) = 32$ ;
2. un andamento cubico con  $\eta'(v) = 2.7$  (CLEAI) e  $\eta'(v) = 1.7$  (altri).

Tabella 2: Tassi spot in percentuale rilevati per i prossimi 5 anni.

| anno       | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    |
|------------|------|------|------|------|------|
| tasso spot | 0.05 | 0.06 | 0.07 | 0.08 | 0.09 |

Figura 1: Istogramma dei voti CLEAI normalizzati e arrotondati all'intero più vicino.

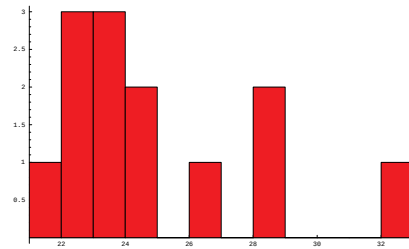
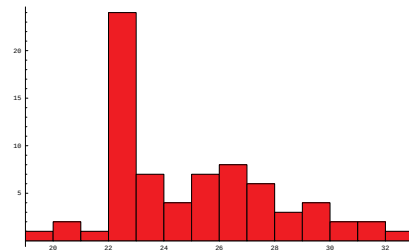


Figura 2: Istogramma dei voti altri normalizzati e arrotondati all'intero più vicino.



La condizione 2 ci permette di scrivere

$$\eta(x) = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$$

e le condizioni

$$\eta(0) = 0 \quad \eta(v) = 23$$

$$\eta(\text{voto grezzo max}) = 32 \quad \eta'(v) = 2.7 \text{ o } 1.7$$

determinano

$$\eta_{\text{CLEAI}}(x) = 0.401527x^3 - 4.54361x^2 + 17.1614x$$

$$\eta_{\text{altri}}(x) = 0.226891x^3 - 3.06469x^2 + 14.0672x.$$

Gli istogrammi finali dei voti normalizzati per CLEAI e altri sono dati in figura 1 e 2, mentre il dettaglio dei voti normalizzati comincia a pagina 5 (tutti sufficienti).

Figura 3: esercizio 1, assegnato a 85 candidati. Altezze istogramma={5, 0, 0, 2, 4, 1, 4, 13, 5, 0, 51}. Valor medio=0.814118.

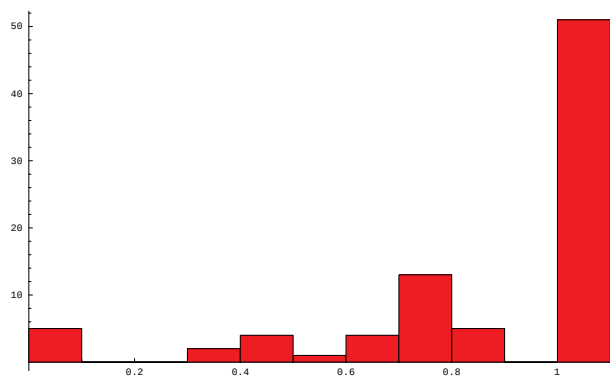


Figura 5: esercizio 3, assegnato a 85 candidati. Altezze istogramma={1, 0, 4, 2, 4, 3, 7, 14, 29, 3, 17, 0, 1}. Valor medio=0.736471.

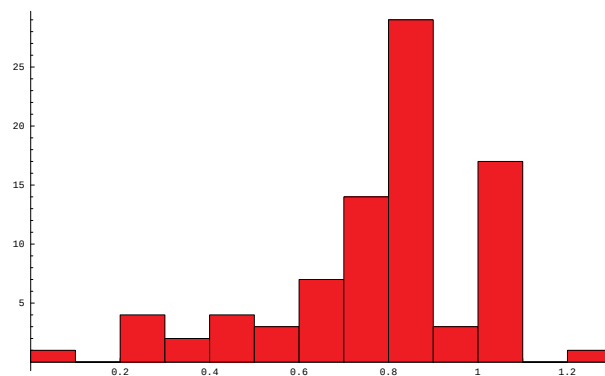


Figura 4: esercizio 2, assegnato a 85 candidati. Altezze istogramma={5, 1, 2, 1, 1, 6, 13, 12, 37, 1, 6}. Valor medio=0.669412.

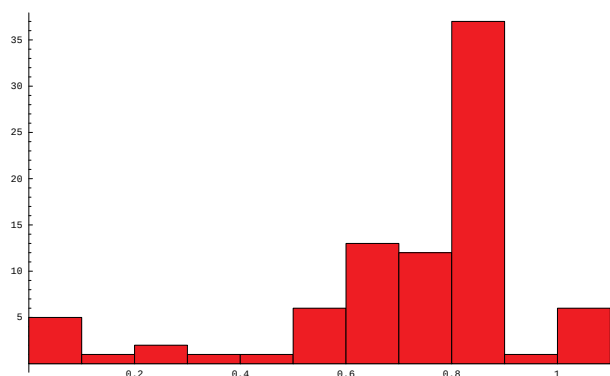


Figura 6: esercizio 4, assegnato a 85 candidati. Altezze istogramma={7, 2, 0, 2, 3, 1, 11, 11, 5, 13, 30}. Valor medio=0.735294.

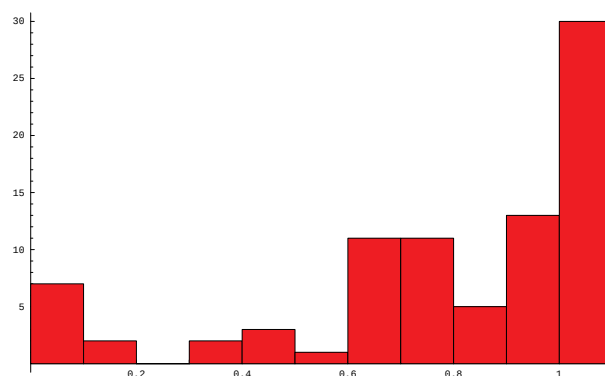


Figura 7: esercizio 5, assegnato a 85 candidati. Altezze istogramma= $\{7, 0, 2, 1, 3, 0, 3, 1, 7, 7, 27, 27\}$ . Valor medio=0.858824.

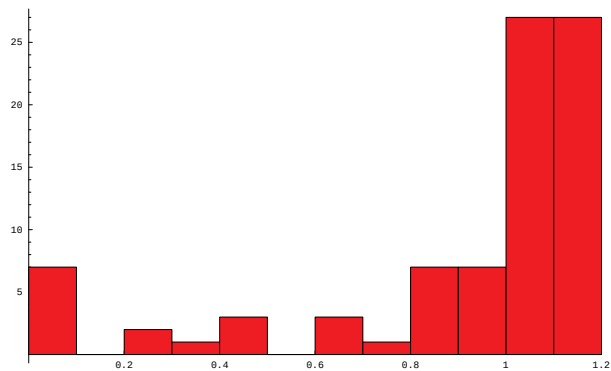
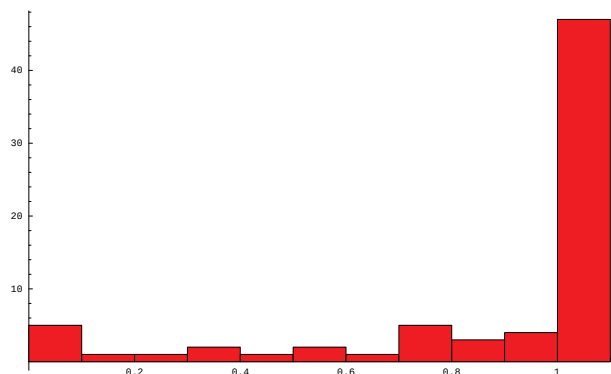


Figura 8: esercizio 6, assegnato a 72 candidati. Altezze istogramma= $\{5, 1, 1, 2, 1, 2, 1, 5, 3, 4, 47\}$ . Valor medio=0.825.



### 3 I voti normalizzati e arrotondati all'intero più vicino

| Candidato                | Voto in trentesimi | Voti grezzi assegnati ai singoli esercizi |          |          |       |          |          |
|--------------------------|--------------------|-------------------------------------------|----------|----------|-------|----------|----------|
| Lucia Antonucci          | 22                 | 0.982659                                  | 0.896309 | 0.950479 | 1.088 | 1.16438  | 0        |
| Maria Grazia Bernardini  | 23                 | 1.22832                                   | 0.896309 | 0.950479 | 0.952 | 1.28082  | x        |
| Pierluigi Borgogna       | 29                 | 1.22832                                   | 1.19508  | 1.35783  | 1.224 | 1.28082  | 1.21212  |
| Graziana Brescia         | 22                 | 0.859827                                  | 1.49385  | 0.814696 | 0.816 | 0.931507 | 0        |
| Filippo Cafaro           | 25                 | 0.491329                                  | 1.04569  | 1.35783  | 1.36  | 1.28082  | 1.21212  |
| Federica Ciabarra        | 24                 | 0.859827                                  | 1.19508  | 1.08626  | 0.816 | 1.28082  | 1.21212  |
| Piera Ciavalini          | 22                 | 0.859827                                  | 1.04569  | 0.950479 | 0.544 | 0.69863  | 1.21212  |
| Annarita Colasante       | 28                 | 1.22832                                   | 1.49385  | 1.08626  | 1.36  | 1.04795  | 1.21212  |
| Antonio Corrado          | 21                 | 0                                         | 0        | 1.08626  | 1.224 | 0        | 1.09091  |
| Carmen Cristiano         | 22                 | 0.859827                                  | 1.04569  | 0.950479 | 0.136 | 0.69863  | 0.727273 |
| Antonio D'Acunti         | 28                 | 1.22832                                   | 1.19508  | 1.62939  | 0.816 | 1.28082  | 1.21212  |
| Barbara D'Agostino       | 27                 | 1.22832                                   | 1.19508  | 1.22204  | 0.952 | 1.28082  | 1.21212  |
| Alessio D'Aloisio        | 20                 | 0.491329                                  | 0.59754  | 0.543131 | 0.408 | 0.232877 | 0.242424 |
| Sabrina D'Andrea         | 26                 | 0.614162                                  | 1.19508  | 1.22204  | 1.36  | 1.28082  | 1.21212  |
| Francesco De Giorgis     | 26                 | 0.859827                                  | 0.896309 | 0.543131 | 1.36  | 1.16438  | 1.21212  |
| Paolo Del Sordo          | 25                 | 1.22832                                   | 0.896309 | 1.35783  | 1.088 | 1.28082  | 1.21212  |
| Annalisa De Nittis       | 22                 | 1.22832                                   | 0        | 0.678914 | 0.68  | 0.931507 | 0.848485 |
| Alessandra D'Errico      | 23                 | 1.22832                                   | 1.19508  | 1.08626  | 1.224 | 1.28082  | 1.21212  |
| Marta De Sanctis         | 27                 | 1.22832                                   | 0.896309 | 1.08626  | 0.952 | 1.28082  | 1.21212  |
| Andrea Di Benedetto      | 22                 | 0.982659                                  | 1.04569  | 0.271565 | 0     | 0.931507 | 1.21212  |
| Alessandro Di Biase      | 29                 | 1.22832                                   | 1.19508  | 1.35783  | 1.36  | 1.16438  | 1.21212  |
| Daniela Di Camillo       | 32                 | 1.22832                                   | 1.49385  | 1.35783  | 1.36  | 1.28082  | x        |
| Leonardo Davide Di Carlo | 22                 | 0.859827                                  | 0.448155 | 0.543131 | 0.816 | 1.28082  | 1.21212  |
| Lucia Di Carlo           | 29                 | 1.22832                                   | 1.04569  | 1.35783  | 1.36  | 1.28082  | 1.21212  |
| Nicola Di Censo          | 21                 | 1.22832                                   | 0        | 0.814696 | 0.952 | 0        | x        |
| Davide Di Fulvio         | 28                 | 1.22832                                   | 1.19508  | 1.35783  | 1.224 | 1.16438  | 1.21212  |
| Luigi Di Marco           | 22                 | 0.736994                                  | 1.04569  | 0.271565 | 0.816 | 1.28082  | 1.09091  |
| Gianpietro Di Marino     | 23                 | 1.22832                                   | 0.746924 | 0.950479 | 1.36  | 1.04795  | x        |
| Jessica Di Martino       | 23                 | 0.859827                                  | 1.19508  | 1.08626  | 1.224 | 0.465753 | 1.21212  |
| Alfredo Di Marzio        | 22                 | 0.368497                                  | 1.04569  | 0.678914 | 0     | 0.931507 | 0.969697 |
| Emiliano Diodati         | 23                 | 1.22832                                   | 1.19508  | 1.08626  | 1.36  | 1.16438  | 1.21212  |
| Patrizia Di Risio        | 27                 | 0.859827                                  | 0.896309 | 0.271565 | 1.36  | 1.16438  | 0.848485 |
| Giuliano Di Rosario      | 22                 | 1.22832                                   | 1.19508  | 0.543131 | 1.224 | 1.16438  | 0.363636 |
| Emiljana Estrefi         | 22                 | 0                                         | 0.149385 | 1.08626  | 1.36  | 1.28082  | 1.21212  |
| Daniele Febbo            | 23                 | 1.22832                                   | 1.19508  | 1.08626  | 0     | 1.28082  | 1.21212  |
| Rafael Fidanza           | 32                 | 1.22832                                   | 1.49385  | 1.35783  | 1.36  | 1.28082  | 1.21212  |
| Alessandra Finocchio     | 26                 | 1.22832                                   | 1.19508  | 1.08626  | 0.952 | 1.28082  | 1.21212  |
| Mirco Foglietta          | 22                 | 0.859827                                  | 0.746924 | 0.814696 | 0.952 | 1.16438  | x        |
| Maruska Gentile          | 24                 | 1.22832                                   | 1.04569  | 1.35783  | 0.816 | 1.04795  | x        |
| Nicoletta Giancristofaro | 22                 | 0.736994                                  | 0.746924 | 0.950479 | 1.088 | 0.931507 | x        |
| Manuela Gurini           | 24                 | 1.22832                                   | 1.19508  | 0.950479 | 0.408 | 1.28082  | 1.21212  |
| Francesco La Rovere      | 27                 | 1.22832                                   | 1.19508  | 1.08626  | 1.36  | 1.16438  | 1.21212  |
| Fausto Lizzi             | 25                 | 1.22832                                   | 0.896309 | 1.35783  | 0.816 | 1.16438  | 1.21212  |
| Giuseppe Lopomo          | 30                 | 1.22832                                   | 1.19508  | 1.35783  | 1.36  | 1.28082  | 1.21212  |
| Andrea Mancino           | 27                 | 1.22832                                   | 1.19508  | 1.08626  | 1.224 | 1.28082  | 1.21212  |
| Luca Manes               | 22                 | 1.22832                                   | 0.896309 | 1.08626  | 0.816 | 0        | x        |
| Sara Mangifesta          | 23                 | 1.22832                                   | 1.19508  | 0.814696 | 0.816 | 1.16438  | x        |
| Alessandra Manzitti      | 22                 | 0.859827                                  | 1.19508  | 0.950479 | 1.224 | 0.232877 | 0.606061 |
| Massimo Marcolongo       | 30                 | 1.22832                                   | 1.19508  | 1.35783  | 1.36  | 1.28082  | 1.21212  |
| Pasquale Masciotra       | 22                 | 0.859827                                  | 1.19508  | 0.407348 | 0.136 | 1.16438  | 0        |
| Valentino Massaro        | 24                 | 0.982659                                  | 0.896309 | 1.08626  | 1.36  | 0.931507 | 1.21212  |
| Roberto Morelli          | 25                 | 0.982659                                  | 1.19508  | 0.950479 | 1.36  | 1.16438  | 0.969697 |
| Francesca Mundo          | 22                 | 0.736994                                  | 0.746924 | 0.407348 | 0.816 | 1.04795  | 1.21212  |
| Bruno Olivieri           | 22                 | 1.22832                                   | 1.19508  | 0        | 0.952 | 0.465753 | 0        |
| Antonella Ottaviano      | 22                 | 1.22832                                   | 1.19508  | 1.08626  | 0     | 1.16438  | 0.363636 |

| Candidato               | Voto in trentesimi | Voti grezzi assegnati ai singoli esercizi |          |          |       |          |          |
|-------------------------|--------------------|-------------------------------------------|----------|----------|-------|----------|----------|
| Giuseppe Palazzese      | 31                 | 1.22832                                   | 1.49385  | 1.35783  | 1.36  | 1.16438  | 1.21212  |
| Pietroenrico Pannunzi   | 22                 | 0.859827                                  | 1.04569  | 1.08626  | 1.36  | 1.16438  | 0        |
| Antonio Pellegrino      | 23                 | 1.22832                                   | 0.29877  | 1.08626  | 1.36  | 1.16438  | 0.848485 |
| Simona Pellettieri      | 26                 | 1.22832                                   | 0.896309 | 1.22204  | 1.224 | 1.16438  | 1.21212  |
| Maria Pennella          | 23                 | 1.22832                                   | 1.19508  | 0.950479 | 0.544 | 0.931507 | 1.09091  |
| Giuseppe Pepe           | 22                 | 0                                         | 1.19508  | 0.950479 | 0.952 | 0.349315 | 1.21212  |
| Danilo Perrucci         | 24                 | 0.368497                                  | 1.19508  | 1.08626  | 1.36  | 1.16438  | 1.09091  |
| Giulia Polci            | 29                 | 1.22832                                   | 1.19508  | 1.35783  | 1.36  | 1.16438  | 1.21212  |
| Italo Presenza          | 31                 | 1.22832                                   | 1.49385  | 1.35783  | 1.224 | 1.28082  | 1.21212  |
| Giovanni Prezioso       | 22                 | 1.22832                                   | 0.746924 | 0.950479 | 0.544 | 0        | 1.21212  |
| Gabriella Rapino        | 26                 | 1.22832                                   | 1.19508  | 1.08626  | 1.224 | 1.04795  | 1.21212  |
| Annalisa Renegaldo      | 20                 | 0                                         | 0.746924 | 0.271565 | 0.816 | 0        | 0.848485 |
| Fabio Renzetti          | 22                 | 0                                         | 0.896309 | 0.814696 | 0     | 1.16438  | 0.848485 |
| Danielle Robustella     | 19                 | 0.736994                                  | 0        | 0.950479 | 0     | 0.465753 | 0.121212 |
| Cinzia Romano           | 28                 | 1.22832                                   | 1.19508  | 1.35783  | 1.36  | 1.16438  | x        |
| Francesco Romondia      | 22                 | 0.491329                                  | 0.896309 | 0.814696 | 0.952 | 0        | 1.21212  |
| Antonella Lavinia Salvi | 26                 | 0.859827                                  | 1.19508  | 1.08626  | 1.36  | 1.28082  | 1.21212  |
| Giuseppe Sammarco       | 25                 | 0.982659                                  | 1.19508  | 1.08626  | 1.088 | 1.16438  | 1.21212  |
| Antonio Sangiuliano     | 22                 | 1.22832                                   | 0        | 1.08626  | 0.952 | 1.16438  | 0.484848 |
| Luciano Savini          | 23                 | 1.22832                                   | 0.29877  | 1.08626  | 1.224 | 1.28082  | 0.606061 |
| Giovanni Schiavone      | 26                 | 1.22832                                   | 1.34446  | 1.35783  | 1.36  | 1.04795  | x        |
| Roberto Sergiacomo      | 28                 | 1.22832                                   | 1.04569  | 1.08626  | 1.224 | 1.28082  | 1.21212  |
| Mirko Tano              | 25                 | 1.22832                                   | 0.896309 | 0.678914 | 1.36  | 1.28082  | 1.21212  |
| Roberto Terrenzio       | 24                 | 1.22832                                   | 1.19508  | 0.814696 | 1.36  | 1.04795  | x        |
| Silvia Terribile        | 27                 | 1.22832                                   | 1.19508  | 1.08626  | 1.36  | 1.16438  | 1.21212  |
| Giancarlo Todisco       | 26                 | 1.22832                                   | 1.19508  | 1.08626  | 1.088 | 1.16438  | 1.21212  |
| Valeria Trullo          | 22                 | 1.22832                                   | 1.04569  | 1.08626  | 0     | 0.815068 | 0.969697 |
| Floriana Urbano         | 25                 | 1.22832                                   | 1.19508  | 1.08626  | 1.36  | 0.69863  | 1.21212  |
| Diego Valentinetti      | 22                 | 0.491329                                  | 1.04569  | 0.950479 | 0.952 | 0        | 1.21212  |
| Tania Zincani           | 26                 | 1.22832                                   | 1.19508  | 1.08626  | 1.36  | 1.16438  | x        |